Grundwissen am Ende der Jahrgangsstufe 9

Wahlpflichtfächergruppe II / III

- Funktionsbegriff
- Geradengleichungen aufstellen und zu gegebenen Gleichungen die Graphen der Geraden zeichnen
- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen lösen
- Definition der Quadratwurzel kennen und anwenden
- in der Menge IR der reellen Zahlen rechnen
- Flächeninhalte ebener Figuren insbesondere auch mithilfe zweireihiger Determinanten berechnen
- Abbildung durch zentrische Streckung anwenden
- Streckenlängen mit dem Vierstreckensatz bestimmen
- mithilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck Streckenlängen berechnen
- Schrägbilder von Körpern zeichnen

M9.1 Relationen und Funktionen

Die **Produktmenge $M_1 \times M_2$** ist die Menge aller geordneten Zahlenpaare $(x \mid y)$ mit $x \in M_1$ und $y \in M_2$. (Sprechweise: „M_1 kreuz M_2“)

Darstellung der Produktmenge

Aufzählende Form $M_1 \times M_2 = \{-2; 1; 3\} \times \{0; 2\}$
$= \{(-2 \mid 0); (-2 \mid 2); (1 \mid 0); (1 \mid 2); (3 \mid 0); (3 \mid 2)\}$

Beschreibende Form $M_1 \times M_2 = \{(x \mid y) \mid x \in M_1 \wedge y \in M_2\}$

Relationen als Lösungsmenge von Aussageformen

Die **Relationsvorschrift** sondert aus der Produktmenge $M_1 \times M_2$ eine Menge von geordneten Zahlenpaaren $(x \mid y)$ aus. Durch die Aussageform wird eine Beziehung (**Relation**) zwischen Elementen von M_1 und M_2 hergestellt.

Beispiel: $y = x - 1$ $\quad M_1 \times M_2 = \{-2; 1; 3\} \times \{0; 2\}$ $\quad \Rightarrow \quad R = \{(1 \mid 0); (3 \mid 2)\}$

Relation
Die Lösungsmenge einer Aussageform mit zwei Variablen $x \in M_1$ und $y \in M_2$ ist eine Teilmenge von $M_1 \times M_2$. Diese Lösungsmenge bezeichnet man als die zur Aussageform gehörige **Relation R in $M_1 \times M_2$**.

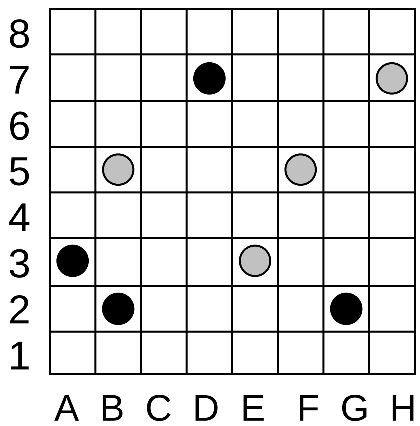
$$R \subseteq M_1 \times M_2$$

Beispiel:
Jedem Feld eines Schachbretts kann ein geordnetes Zahlenpaar $(x \mid y)$ zugeordnet werden mit $x \in M_1$ und $y \in M_2$, wobei

$M_1 = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ und
$M_2 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Relation R: „Ein schwarzer Stein steht in der Spalte x und der Zeile y.“

$R = \{(A \mid 3); (B \mid 2); (D \mid 7); (G \mid 2)\}$



Definitions- und Wertemenge einer Relation

1. Komponente

2. Komponente

$(x \mid y)$

Die **Definitionsmenge D** ist die Menge aller ersten Komponenten einer Relation

Die **Wertemenge W** ist die Menge aller zweiten Komponenten einer Relation

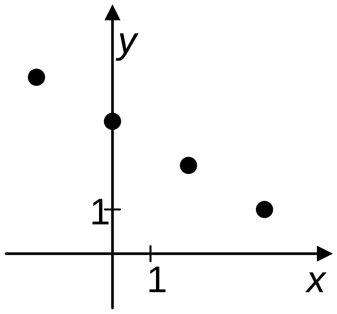
Übungen:

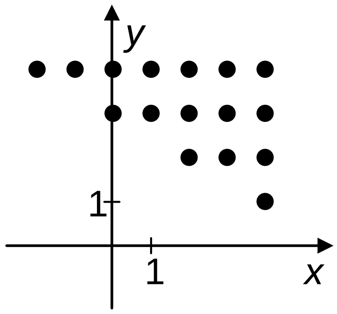
1. Bilde die Produktmenge aus {□; ♦; ★} und {○; ☆}
2. Gegeben sind die Mengen $M_1 = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$ und $M_2 = \{2; 4; 6; 8; 10\}$
   a) Bilde die Produktmenge $M_1 \times M_2$ in aufzählender Form.
   b) Gib jeweils die Relation R bezüglich $M_1 \times M_2$ für folgende Relationsvorschriften an:
   $\alpha)$ $y = x + 3$ $\quad \beta)$ $y = 2x + 2$ $\quad \gamma)$ $y = 2x - 3$
   c) Gib für die Relationen unter 2b) jeweils Definitions- und Wertemenge an.

Graph der Relation
Jedem geordneten Zahlenpaar (x | y), das Lösung einer Relationsvorschrift ist, kann eindeutig ein Punkt im Koordinatensystem zugeordnet werden. Die Menge der so festgelegten Punkte heißt **Graph der Relation R**.

Beispiel: R = {(x | y) | $x + 2y = 6$}
G = M × M
M = {–2; –1;…; 4}

R = {(x | y) | $x + 2y \geqq 6$}
G = M × M
M = {–2; –1;…; 4}





Funktion
Ordnet eine Relation R jedem Element der Definitionsmenge D **genau ein** Element der Wertemenge W zu, so nennt man R eine **Funktion** in D × W.

Eine Funktion wird durch den **Funktionsterm *f*(*x*)** beschrieben, ***y* = *f*(*x*)** ist die **Funktionsgleichung**.
Jeder x-Wert, für den der Funktionswert $f(x) = 0$ gilt, heißt **Nullstelle der Funktion *f***. Der Graph zu $f(x)$ schneidet bei der Nullstelle die x-Achse.

Beispiel: Nullstelle von $y = 3x – 5$ für $y = f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x – 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

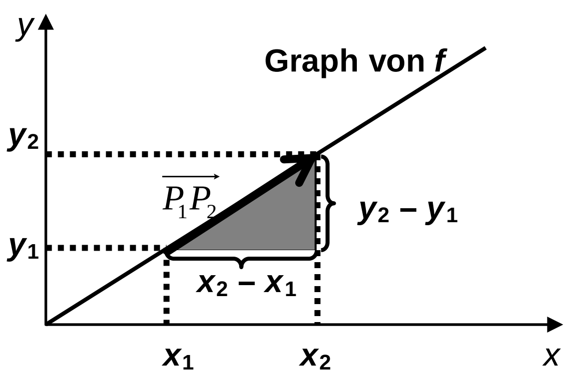
Übungen:
3. Zeichne den Graphen der Relation für
   a) y < x + 3 G = {–2; –1; …; 4} × {–2; –1; …; 4}
   b) y ≥ 2x + 1 G = {–2; –1; …; 4} × {–2; –1; …; 4}
4. Berechne die Nullstellen von
   a) $f(x) = 3x – 5$ b) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$

M 9.2 Lineare Funktionen

Geradengleichung

Eine Geradengleichung in Normalform setzt sich aus der Steigung *m* der Geraden und dem *y*-Achsenabschnitt *t*, dem Schnittpunkt der Geraden mit der *y*-Achse, zusammen:

$$g: y = m \cdot x + t$$



Die ***Steigung m*** der Geraden ergibt sich aus dem ***Steigungsdreieck*** als Quotient aus der Koordinatendifferenz zweier Funktionswerte $P_1(x_1 \mid y_1)$ und $P_2(x_2 \mid y_2)$, also

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \text{mit } x_1 \neq x_2.$$

Über die Koordinatenform des Vektors $\overrightarrow{P_1P_2}$ lässt sich *m* ebenfalls berechnen:

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Beispiel: Gerade durch die Punkte A (–2 | 5) und B (3 | 0)

$$m = \frac{0-5}{3-(-2)} = \frac{-5}{5} = -1 \quad \text{oder} \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-(-2) \\ 0-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \frac{-5}{5} = -1$$

Senkrechte Geraden

Sind zwei Geraden g_1 und g_2 mit den Steigungen m_1 und m_2 zueinander senkrecht (orthogonal), so gilt folgende Beziehung:

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \quad \text{oder} \quad m_1 \cdot m_2 = -1 \;\Leftrightarrow\; g_1 \perp g_2$$

Parallele Geraden

Geraden mit derselben Steigung, sind zueinander parallel. Zueinander parallele Geraden haben die gleiche Steigung, aber verschiedene *y*-Achsenabschnitte.

$$g_1 \parallel g_2 \;\Leftrightarrow\; m_1 = m_2$$

Beispiel: Die Geraden $g_1: y = 2x + 3$ und $g_2: y = -0{,}5x - 4$ stehen senkrecht zueinander, da $2 = -\frac{1}{-0{,}5}$ oder $2 \cdot (-0{,}5) = -1$

Punktsteigungsform der Geradengleichung

Sind von einer Geraden nur die Steigung *m* und ein Punkt $P(x_P \mid y_P)$ bekannt, so ergibt sich die Geradengleichung wie folgt:

$$g: y = m \cdot (x - x_P) + y_P$$

Beispiel:

Die Gerade *g* mit der Steigung $m = \frac{2}{3}$ verläuft durch den Punkt P (3 | 1):

$$g: \; y = \frac{2}{3} \cdot (x-3) + 1 = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \cdot 3 + 1 = \frac{2}{3}x - 1$$

Allgemeine Geradengleichung

Ist die Geradengleichung in der allgemeinen Form

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$

gegeben, so berechnet sich die Normalform zu:

$$y = -\frac{a}{b} \cdot x - \frac{c}{b} \qquad \text{mit } b \neq 0.$$

Sonderfälle:

$b = 0$: $x = -\frac{c}{a}$ Parallele zur *y*-Achse

$a = 0$: $x = -\frac{c}{b}$ Parallele zur *x*-Achse

Übungen:

1. Berechne jeweils die Gleichung der Geraden durch die Punkte
   a) A (2 | 3); B (6 | 5) b) C (–1 | 0); D (5 | –3) c) E (–3 | –2); F (0 | –6)
2. Gib jeweils die Geradengleichung an:
   a) $m = 3$; A (2 | –4) b) $m = -2$; B (–3 | 1) c) $m = 0{,}5$; C (0 | 3)
3. Gib eine zu $g_1: y = 3x - 2$ bzw. $g_2: y = \frac{2}{3}x + 4$ senkrechte Gerade an.
4. Wandle in die Normalform um:
   a) $3x - 2y + 3 = 0$ b) $2 = -x + 4y$

M 9.3 Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen

Einen Ausdruck der Form

$$\begin{array}{|l} \quad a_1\, x + b_1\, y = c_1 \\ \wedge\ a_2\, x + b_2\, y = c_2 \\ \hline \end{array}$$

nennt man **lineares Gleichungssystem**.

Zur Bestimmung der Lösungsmenge bieten sich zwei Verfahren an:

1. Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{array}{|l} \quad 2x + y = 4 \\ \wedge\ -3x + y + 1 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \quad y = -2x + 4 \\ \wedge\ y = 3x - 1 \\ \hline \end{array}$$

Gleichsetzen der Rechtsterme:

$$-2x + 4 = 3x - 1$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 1$$

Einsetzen in Gleichung I:

$$y = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{ (1 \mid 2) \}$$

2. Einsetzungsverfahren

$$\begin{array}{|l} \quad 2x - 4y + 10 = 0 \\ \wedge\ 5x - 3y + 11 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \quad x = 2y - 5 \\ \wedge\ 5x - 3y + 11 = 0 \\ \hline \end{array}$$

Einsetzen der I. in die II. Gleichung:

$$5\cdot(2y - 5) - 3y + 11 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 10y - 25 - 3y + 11 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 7y = 14$$
$$\Leftrightarrow \quad y = 2$$

Einsetzen in Gleichung I:

$$x = 2 \cdot 2 - 5 = -1$$

$$\Rightarrow \mathbb{L} = \{ (-1 \mid 2)\}$$

Aufgaben:

Bestimme die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme und deute das Ergebnis geometrisch.

a) $$\begin{array}{|l} \quad 2x - 5y = -9 \\ \wedge\ 7y + 3x - 1 = 0 \\ \hline \end{array}$$

c) $$\begin{array}{|l} \quad 4x + 1{,}6 = 0{,}8y \\ \wedge\ 4y + 3x + 3{,}5 = 0 \\ \hline \end{array}$$

c) $$\begin{array}{|l} \quad 5y - 7{,}5 = -2x \\ \wedge\ \frac{1}{2}y = -\frac{1}{5}x + \frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$$

d) $$\begin{array}{|l} \quad \frac{1}{3}x + y = 6 \\ \wedge\ 3y = -x - 12 \\ \hline \end{array}$$

M 9.4 Erweiterung des Zahlenbereichs: Die Menge R der reellen Zahlen

Irrationale Zahlen
Irrationale Zahlen sind Zahlen, die sich nicht in Bruchform darstellen lassen (unendlich lange, nicht periodische Dezimalbrüche).

Reelle Zahlen
Die Menge $\mathbb{R}$ der **reellen Zahlen** besteht aus den rationalen und den irrationalen Zahlen.
In $\mathbb{R}$ gelten die bekannten Rechengesetze.

Wurzeln, Rechenregeln für Wurzeln
$\sqrt{a}$ heißt **„Quadratwurzel aus a“**(kurz: „Wurzel aus a“). Dabei ist a der Radikand.
Die Wurzel ist durch $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$ = a für a > 0 definiert.

Für a, b $\in \mathbb{R}_0^+$ gilt:

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ **(Produktregel)**

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ mit b $\neq$ 0 **(Quotientenregel)**

Beispiele:

a) $\sqrt{8a^2} \cdot \sqrt{2ab^3} \cdot \sqrt{9a^5b} = \sqrt{16 \cdot 9 \cdot a^8 \cdot b^4} = 4 \cdot 3 \cdot a^4 \cdot b^2 = 12a^4b^2$

b) $3\sqrt{x} + 7\sqrt{y} - \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 2\sqrt{x} + 9\sqrt{y}$

c) $(5\sqrt{a} + \sqrt{3})(4\sqrt{a} - \sqrt{12}) = 20a - 5\sqrt{12a} + 4\sqrt{3a} - 6$

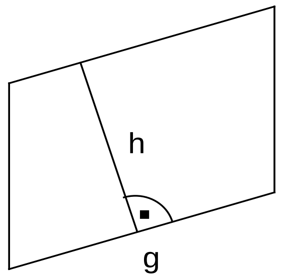
Aufgaben:
(Hinweis: Alle vorkommenden Variablen stehen für positive rationale Zahlen)

a) Vereinfache soweit wie möglich: $\sqrt{\frac{9a^2}{4}}$; $\sqrt{\frac{8a^8}{2a^4}}$; $\sqrt{18a^3} \cdot \sqrt{50b^2a^3}$

b) Multipliziere aus und vereinfache: ; $(3b\sqrt{b} - 5\sqrt{c} + 2\sqrt{b^2}\ ) \cdot 2\sqrt{b}$
$(\sqrt{3a} + 7\sqrt{a})(\sqrt{a} - 5\sqrt{a})$

M 9.5 Flächeninhalt ebener Vielecke

Parallelogramm:



Der Flächeninhalt eines Parallelogramms **ist gleich dem Produkt aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe.**

$$\mathbf{A_{Parallelogramm} = g \cdot h}$$

Im kartesischen Koordinatensystem ist der Flächeninhalt auch der Betrag der Determinante**, die durch die aufspannenden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gebildet wird.**

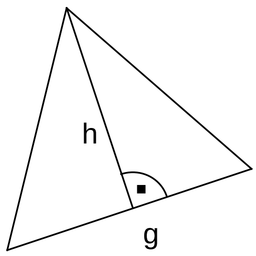
$$A_{Parallelogramm} = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$$

Beispiel: Das Parallelogramm ABCD hat die Koordinaten A(–1|1), B(7|–2), D(–3|5).
Berechne die Vektoren (diese müssen vom gleichen Punkt ausgehen):

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7-(-1) \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A_{ABCD} = \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} FE = (8 \cdot 4 - (-3) \cdot (-2))FE = 26\,FE$$

Dreieck:



Der Flächeninhalt eines Dreiecks **ist gleich dem halben Produkt aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe.**

$$\mathbf{A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h}$$

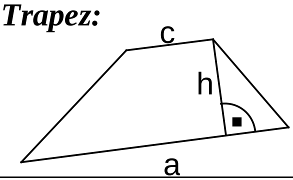
Im kartesischen Koordinatensystem ist der Flächeninhalt auch gleich dem halben Betrag der Determinante**, die durch die aufspannenden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gebildet wird.**

$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$$

Beispiel: Im Dreieck ABC beträgt die Länge der Seite a = 8 cm und der Flächeninhalt A = 36cm^2.
Berechne die Länge der zugehörigen Höhe h_a.

$A = \frac{1}{2} a \cdot h_a$; $36cm^2 = \frac{1}{2} \cdot 8cm \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{36cm^2 \cdot 2}{8cm} = 9cm$

Trapez:



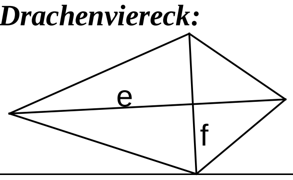
Der Flächeninhalt eines Trapezes **ist gleich dem halben Produkt aus der Summe der parallelen Grundlinien und der Höhe.**

$$\mathbf{A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h}$$

Beispiel: Die Grundlinien im Trapez ABCD sind 7cm und 4cm lang. Berechne den Flächeninhalt bei einer Höhe von 8,5cm.

$A = \frac{1}{2} \cdot (7cm + 4cm) \cdot 8{,}5cm = 46{,}75cm^2$

Drachenviereck:



Der Flächeninhalt eines Drachenvierecks **oder einer** Raute **ist** ***Raute*** **gleich dem halben Produkt aus den Längen ihrer Diagonalen.**

$$\mathbf{A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f}$$

<u>Aufgabe</u>:

a) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD mit g = 7 cm, h = 5 cm.
b) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD mit A(–1|2), B(6|0), C(5|7). Berechne die Koordinate des Punktes D.
c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit A(–1|2), B(6|0), C(5|7).
d) In einem Drachenviereck mit A = 54cm^2 ist eine Diagonale dreimal so lang wie die andere. Berechne die Längen der beiden Diagonalen.

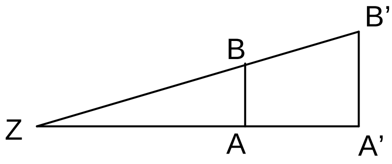
M 9.6 Abbildung durch zentrische Streckung

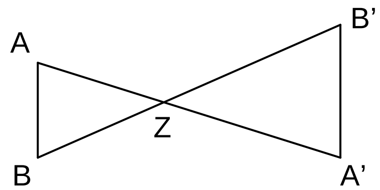
Abbildungsvorschrift **Bei einer zentrischen Streckung mit Streckungszentrum Z und Streckungsfaktor $k \neq 0$ wird jedem Punkt P ein Bildpunkt P' so zugeordnet, dass gilt: P' $\in$ ZP und**
$\overline{ZP'} = |k| \cdot \overline{ZP}$

Abbildungseigenschaften **Das Streckungszentrum ist der einzige Fixpunkt.**
Die zentrische Streckung ist geraden- und winkeltreu.
Die zentrische Streckung ist verhältnis- und kreistreu.
Ur- und Bildgerade verlaufen parallel.

Vierstreckensätze

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



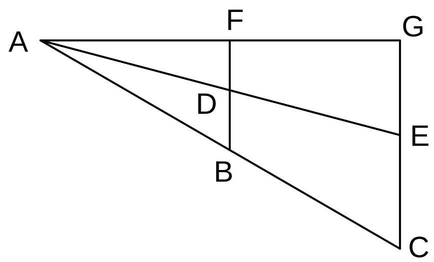


Ähnlichkeitssätze **Dreiecke sind ähnlich, wenn sie**
- im Verhältnis der Längen der drei Seiten übereinstimmen. (SSS)
- im Verhältnis der Längen von zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen. (SWS)
- im Verhältnis der Längen von zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen. (SSW_G)
- in zwei Winkeln übereinstimmen. (WWW)

<u>Aufgaben</u>: a) $\Delta ABC \xrightarrow{Z;k} \Delta A'B'C'$ mit A(–3|–1), B(2|–2), C(0|6), B'(5|4), C'(x_C|0)
Zeichne die beiden Dreiecke und das Zentrum Z.

b) Beschreibe dem Dreieck ABC von Aufgabe a) ein Quadrat DEFG ein mit [DE] $\subset$ [AB], F $\in$ [BC], G $\in$ [AC].

c) $\overline{AB} = 8\text{cm}$; $\overline{AE} = 15\text{cm}$; $\overline{FG} = 3{,}5\text{cm}$;
$\overline{BF} = 9\text{cm}$; $\overline{CG} = 13{,}5\text{cm}$; $\overline{BC} = x\text{cm}$;
$\overline{AD} = y\text{cm}$; $\overline{AG} = z\text{cm}$; $BF \parallel CG$
Berechne x, y, z.



d) Welche der folgenden Dreiecke sind ähnlich?

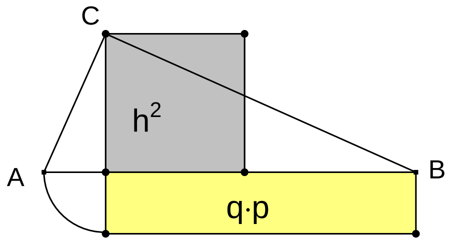
$\Delta A_1B_1C_1$	$\Delta A_2B_2C_2$	$\Delta A_3B_3C_3$	$\Delta A_4B_4C_4$	$\Delta A_5B_5C_5$	$\Delta A_6B_6C_6$
a_1 = 6 cm	a_2 = 7 cm	α_3 = 50°	a_4 = 24 cm	$ß_5$ = 50°	a_6 = 3,5cm
b_1 = 8 cm	b_2 = 4 cm	$ß_3$ = 90°	b_4 = 27 cm	γ_5 = 40°	c_6 = 2 cm
c_1 = 9 cm	γ_2 = 70°		c_4 = 18		$ß_6$ = 70°

			cm		

M 9.7 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck

rechtwinkliges Dreieck	Hypotenuse:	**Die Dreiecksseite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt.**
	Katheten:	**Die Dreiecksseiten, die den rechten Winkel bilden.**
	Hypotenusen-abschnitte	**Die Teilstrecken, in die der Fußpunkt der Höhe die Hypotenuse teilt.**

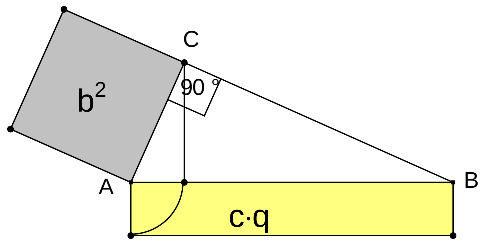
Höhensatz



$h^2 = q \cdot p$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten flächengleich zu dem Quadrat über der Dreieckshöhe.

Kathetensätze

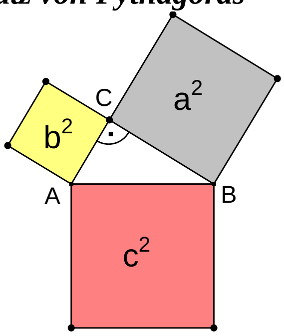


$b^2 = c \cdot q$

$a^2 = c \cdot p$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete flächengleich zu dem Rechteck, das aus dem an dieser Kathete anliegenden Hypotenusenabschnitt und der Hypotenuse selbst entsteht.

Satz von Pythagoras



$a^2 + b^2 = c^2$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

wichtigeFormeln	**Diagonale im Quadrat:**	$d = a \cdot \sqrt{2}$
	Höhe im gleichseitigen Dreieck:	$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
	Betrag eines Vektors $\vec{v}$:	$\vec{v} = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$
	Entfernung zweier Punkte:	$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Aufgaben:

a) Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei C mit a = 5cm, b = 7cm (h = 4cm, b = 6cm). Zeichne das Dreieck und berechne c, q, p, h (a, c, q, p)

b) Zeichne das Viereck ABCD mit $\overline{AB} = 4$cm, $\overline{AD} = 5$cm, $\overline{AC} = 9$cm, $\alpha = \delta = 90°$. Berechne die Längen $\overline{CD}$ und $\overline{BD}$ und den Flächeninhalt vom Viereck.

c) Gegeben ist das Dreieck ABC mit A(–1|2), B(4|0), C(6|5). Überprüfe rechnerisch, ob das Dreieck gleichschenklig, gleichseitig, rechtwinklig ist. Berechne den Umfang.

d) Gegeben sind die Punkte A(3|–1) und $B_n(x|0{,}5x + 2)$. Berechne $\overline{AB_n}(x)$, $\overline{AB}_{min}$.

Lösungen

9II/1 1. {(□|○); (□|☆); (♦|○); (♦|☆); (★|○); (★|☆)}

2.a) $M_1 x M_2$ = {(-1|2); (-1|4); (-1|6); (-1|8); (-1|10); (0|2); (0|4); (0|6); (0|8); (0|10); (1|2); (1|4); (1|6); (1|8); (1|10); (2|2); (2|4); (2|6); (2|8); (2|10); (3|2); (3|4); (3|6); (3|8); (3|10)}

b) α) R = {(-1|2); (1|4); (3|6)}

ß) R = {(-1|0); (0|2); (1|4); (2|6); (3|8)}

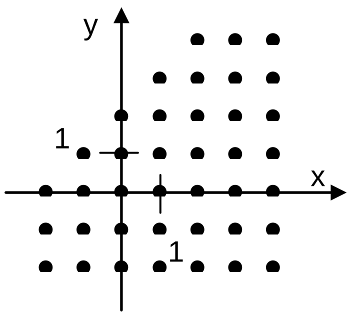
γ) Es gibt keine Elemente für R.

c) α) ID = {-1; 1; 3}; IW = {2; 4; 6}

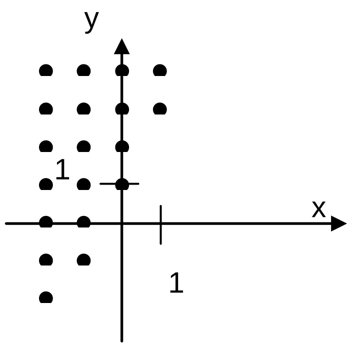
ß) ID = {-1; 0; 1; 2; 3}; IW = {0; 2; 4; 6; 8}

γ) ID = ∅; IW = ∅

3.a)



b)



4.a) $x = \frac{5}{3}$ b) $x = -6$

9II/2 1.a) AB: $y = 0{,}5x + 2$ b) CD: $y = -0{,}5x-0{,}5$

2.a) $y = 3(x-2)-4$ b) $y=-2(x+3)+1$ c) $y=0{,}5x+3$

3. $g_{1\perp}$ $y = -\frac{1}{3}x - 2$ $g_{2\perp}$: $y = -\frac{3}{2}x$

4.a) $y = 1{,}5x+1{,}5$ b) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

9II/3 a) IL = {((−2|1)}; Die beiden Geraden schneiden sich in S(−2|1).

b) IL = {(−0,5|−0,5)}; Die beiden Geraden schneiden sich in S(−0,5|−0,5).

c) {(x|y)| 2x+5y=7,5}; Die beiden Geraden sind identisch.

d) IL = ∅; Die beiden Geraden sind zueinander parallel.

9II/4 a) $\sqrt{\frac{9a^2}{4}} = \frac{3}{2}a$; $\sqrt{\frac{8a^8}{2a^4}} = 2a^2$; $\sqrt{18a^3} \cdot \sqrt{50b^2a^3} = 30a^3b$

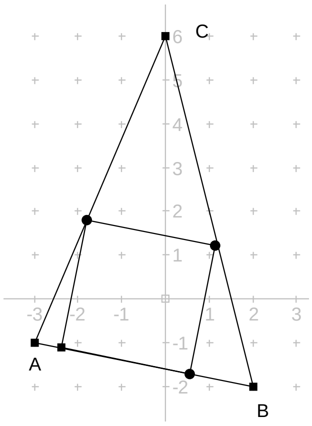
b) $\left(3b\sqrt{b} + 7\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a} - 5\sqrt{a}\right) = -4a\sqrt{3} - 28a$

9II/5 a) A = 35 cm^2 b) a = 47 cm^2; D(−2|9)

c) A = 23,5 cm^2 d) e = 6 cm; f = 18 cm

9II/6 a) $k = -0{,}5$; C'(6|0); Z(4|2); A'(7,5|3,5)

b)

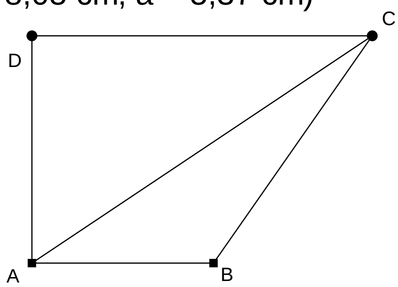


c) $x = 4$; $y = 10$; $z = 10{,}5$

d) $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_4B_4C_4$ (sss)
$\Delta A_3B_3C_3 \sim \Delta A_5B_5C_5$ (ww)
$\Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta A_6B_6C_6$ (sws)

9II/7 a) c = 8,6 cm; p = 2,9 cm; q = 5,7 cm; h = 4,07 cm
(q = 4,47 cm; p = 3,58 cm; c = 8,05 cm; a = 5,37 cm)

b) $\overline{CD} = 8{,}6\text{cm}$; $\overline{BD} = 6{,}40\text{cm}$



c) $\overline{AB} = \sqrt{29}\text{cm} = 5{,}39\text{cm}$; $\overline{BC} = \sqrt{29}\text{cm} = 5{,}39\text{cm}$; $\overline{AC} = \sqrt{58}\text{cm} = 7{,}62\text{cm}$
Das Dreieck ABC ist gleichschenklig und rechtwinklig.
Umfang u = 18,39cm

d) $\overline{AB}(x) = \sqrt{1{,}25x^2 - 3x + 18}\text{cm}$; $\overline{AB}_{\text{min}} = 4{,}02\text{cm}$ für $x = 1{,}2$